

ANALISIS ELEMEN HINGGA LINE ELEMEN PADA PORTAL 3D

Christiani Chandra Manubulu¹, Merzy Mooy², Efraim Cristiano Da Grus³

^{1,2,3}Dosen Program Studi Teknik Sipil Universitas Katolik Widya Mandira Kupang

⁴Mahasiswa Program Studi Teknik Sipil, Universitas Katolik Widya Mandira Kupang

¹christianichandra@gmail.com, ²merzhymooy@yahoo.com, ³dagrussefraim@gmail.com

Abstrak

Pemahaman metode elemen hingga umumnya dilakukan dengan memakai contoh struktur sederhana. Ukuran struktur dalam perhitungan selalu direpresentasikan oleh banyaknya jumlah titik hubung dan elemen sehingga pemakaian komputer dan aplikasi perhitungan harus sesuai dengan model struktur yang dimodelkan. Salah satu aplikasi populer yang digunakan dalam melakukan perhitungan struktur adalah MS Excel.

Tujuan yang ingin dicapai penelitian ini adalah membuat alat bantu alternatif analisis struktur berorientasi MS Excel dan melakukan perbandingan hasil perhitungan dengan output aplikasi lain yang sudah ada di pasaran yaitu SAP 2000.

Hasil *output* yang dibandingkan adalah *displacement joint*, reaksi perletakan, dan gaya yang bekerja pada tiap elemen. Berdasarkan hasil perhitungan selisih antara hasil analisa struktur masing-masing metode memiliki nilai selisih yang beragam baik dari *displacemen joint*, gaya yang berkerja pada member dan reaksi perletakan.

Kata kunci: Metode Elemen Hingga, Portal 3D, SAP 2000

Abstract

Comprehension of the finite element method is generally done by using simple structure examples. The size of the structure in the calculation is always represented by the amount of connection points and elements so that the use of computers and calculation applications must be compatible with the model of the structure being modeled. One of the popular applications used in performing structural calculations is MS Excel.

The purpose of this research is to create an alternative MS Excel-oriented structural analysis tool and to compare the results of calculations with the output of other applications that are already on the market, namely SAP 2000.

The output results that are compared are joint displacements, placement reactions, and forces working on each element. Based on the results of the calculation of the difference between the results of the structural analysis, each method has a difference value that varies both from joint displacement, the force working on the member and the bearing reaction.

Keywords: Finite Element Method, Space Frame, SAP 2000

1. Pendahuluan

Tiap *joint* pada struktur portal bidang memiliki tiga variabel aksi-deformasi yaitu variabel untuk gaya/translasi horizontal, gaya/translasi vertikal dan moment lentur/rotasi. Tiap elemen batang struktur portal bidang memiliki 6 variabel aksi-deformasi yang terdiri dari 3 variabel untuk tiap ujungnya. Variabel ini dapat ditinjau dalam dua sistem sumbu yaitu sistem sumbu batang dan sumbu struktur.

Analisa struktur menggunakan metode matriks kekakuan struktur dikembangkan dengan anggapan struktur bersifat elastik-linier. Kelebihan penggunaan metode matriks kekakuan struktur adalah dapat menghitung kondisi struktur jenis statis tertentu dan statis tak tentu[1]. Prosedur perhitungan diformulasikan dengan menganggap semua titik hubung mengalami perpindahan sehingga gaya dan perpindahan pada semua batang ditangani seragam.

Pada dasarnya struktur adalah benda kontinum yang memiliki derajat kebebasan tak terhingga sehingga harus dinyatakan sebagai model derajat kebebasan banyak. Sistem banyak derajat kebebasan adalah sebuah sistem yang mempunyai koordinat bebas untuk mengetahui kedudukan massa lebih dari dua buah [2]. Sistem koordinat global bersifat tetap dan tidak tergantung pada orientasi suatu elemen. Dalam sistem koordinat global setiap titik nodal memiliki dua derajat kebebasan (dof) [3].

Menganalisis struktur baik menggunakan metode manual ataupun menggunakan program komputer, tentu keduanya memiliki alur yang berbeda. Hasil perhitungan analisis struktur masing-masing metode (manual dan program) tentu memiliki nilai selisih yang beragam. Aplikasi MS Excel digunakan untuk perhitungan dengan metode matriks karena dilengkapi fungsi bawaan (*built in*) dalam hal operasi matriks. Lembaran kerja (*sheet*) digunakan untuk pemisahan tahapan perhitungan, Sel (*cell*) dengan referensi alamat baris (*row*) dan kolom (*column*) difungsikan sebagai elemen matriks dan *range* yang merupakan sekelompok sel berbentuk segiempat mewakili bentuk matriks [4]. Keuntungan dari menggunakan lembar kerja yaitu tahapan perhitungan sesuai teori ditampilkan pada layar, pengguna dapat melakukan pemeriksaan perhitungan sehingga, pengguna yakin atas kebenaran *output*.

Tujuan dari penulisan ini adalah sebagai berikut:

- Memformulasi tahapan analisa struktur portal 3D dengan metode elemen hingga menggunakan MS Excel.
- Menghitung analisa struktur portal 3D dengan metode elemen hingga menggunakan SAP 2000.
- Membandingkan hasil perhitungan metode elemen hingga line elemen untuk Portal 3D menggunakan program alternatif MS Excel dengan hasil yang dikeluarkan oleh perangkat lunak SAP 2000.

2. Ruang Lingkup Penelitian

Formulasi matriks kekakuan seluruh portal 3D dalam kordinat global dengan mengkombinasikan hubungan kekakuan elemen serta langkah demi langkah prosedur analisa portal 3D yang dibebani gaya pada *joint* dan member. Matriks kekakuan elemen portal 3D dengan kedua ujung jepit dalam sistem koordinat lokal dapat dilihat pada Persamaan 1.

$$k = \frac{E}{L^3} \begin{bmatrix} 12I_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12I_y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12I_z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6I_{xy} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6I_{yz} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6I_{xz} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6I_{xy} & 0 & 0 & 0 & 12I_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6I_{yz} & 0 & 0 & 0 & 12I_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6I_{xz} & 0 & 0 & 0 & 12I_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12I_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12I_{yz} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Matrik transformasi [R] untuk penyelesaian bentuk portal 3D dapat dilihat pada Persamaan 2 dan Persamaan 3.

$$r_{xX} = \frac{X_e - X_b}{L}, \quad r_{xY} = \frac{Y_e - Y_b}{L}, \quad r_{xZ} = \frac{Z_e - Z_b}{L} \quad (2)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} \frac{-r_{xy}r_{xz} \cos \psi - r_{xz} \sin \psi}{\sqrt{r_{xx}^2 + r_{zz}^2}} & \sqrt{r_{xx}^2 + r_{zz}^2} \cos \psi & \frac{-r_{xy}r_{xz} \cos \psi + r_{xy} \sin \psi}{\sqrt{r_{xx}^2 + r_{zz}^2}} \\ \frac{r_{xy}r_{xz} \sin \psi - r_{xz} \cos \psi}{\sqrt{r_{xx}^2 + r_{zz}^2}} & -\sqrt{r_{xx}^2 + r_{zz}^2} \sin \psi & \frac{r_{xy}r_{xz} \sin \psi + r_{xz} \cos \psi}{\sqrt{r_{xx}^2 + r_{zz}^2}} \end{bmatrix}$$

dengan

$$K = T^T k T \quad (3)$$

Vector fixed end forces Q_f dalam kordinat lokal untuk portal 3D dapat dilihat pada Persamaan 4.

$$Q_f = \begin{bmatrix} FA_b \\ FS_{by} \\ FS_{bz} \\ FT_b \\ FM_{by} \\ FM_{bz} \\ FA_e \\ FS_{ey} \\ FS_{ez} \\ FT_e \\ FM_{ey} \\ FM_{ez} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Sama seperti gaya, *displacement* ujung dari member juga dapat ditransformasikan dari sistem kordinat global ke lokal dengan Persamaan 5.

$$u = T v \quad (5)$$

Dengan menggunakan hubungan kekakuan member dalam sistem koordinat lokal dan matriks transformasi, dapat diturunkan hubungan kekakuan member dalam sistem kordinat global [5] yang dapat dilihat pada Persamaan 6 sampai Persamaan 8.

$$Q = k u \quad (6)$$

$$u = T v \quad (7)$$

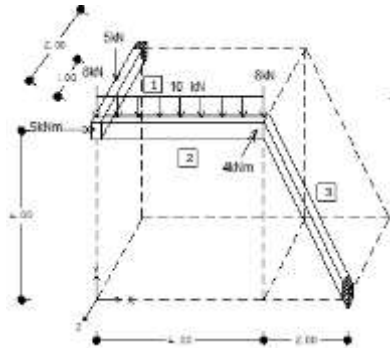
$$F = T^T Q = T^T k u = T^T k T v \quad (8)$$

Persamaan diatas dapat ditulis kembali seperti yang dapat dilihat pada Persamaan 9.

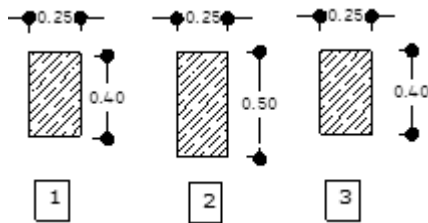
$$F = K v \quad (9)$$

3. Model Struktur Portal 3D

Pada penelitian ini digunakan model struktur portal 3D yang dapat dilihat pada Gambar 1 dan dimensi profil dari 3 elemen dapat dilihat pada Gambar 2.



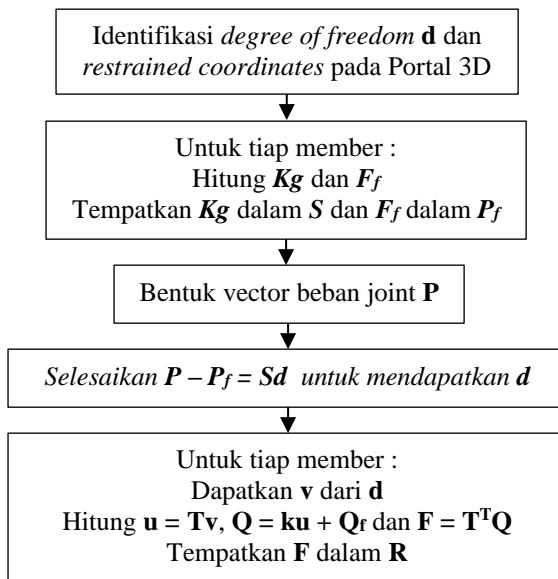
Gambar 1. Model struktur Portal 3D



Gambar 2. Dimensi profil (dalam satuan meter)

4. Bagan Alir Penelitian

Bagan alir perhitungan metode elemen hingga line element untuk Portal 3D dapat dilihat pada Gambar 3.

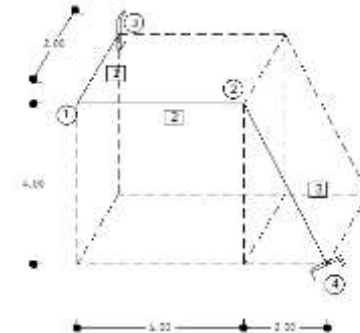


Gambar 3. Bagan alir Portal 3D

5. Hasil Analisis

Analisis Metode Elemen Hingga Line Elemen pada Portal 3D dengan MS. Excel

Pada metode elemen hingga langkah awal yang dibuat adalah menetapkan nomor member dan nomor joint. Nomor member dan nomor joint pada model Portal 3D dalam penelitian ini dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Penomoran joint dan member pada Portal 3D

Pada penelitian ini dianggap besarnya nilai Modulus Elastisitas (E) dan Luasan Profil (A) bernilai konstan untuk semua elemen. Besarnya Nilai Modulus Elastisitas yang digunakan dalam penelitian ini adalah $2 \times 10^7 \text{ kN/mm}^2$ dan Poisson Ratio (ν) yang digunakan sebesar 0,2.

Modulus Geser, G diperoleh dari Persamaan 10.

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (10)$$

Konstanta Torsi, J diperoleh dari Persamaan 11.

$$J = \beta b^3 d \quad (11)$$

$$\beta = \frac{1}{3} - 0,21 \frac{b}{d} \left[1 - \frac{1}{12} \left(\frac{b}{d} \right)^4 \right] \quad (12)$$

Momen Inersia sumbu z, diperoleh dari Persamaan 13.

$$I_x = \frac{1}{12} b h^3 \quad (13)$$

Momen Inersia sumbu y, diperoleh dari Persamaan 14.

$$I_y = \frac{1}{12} b^3 h \quad (14)$$

Hasil perhitungan ditabulasikan untuk setiap member dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Hasil analisa member pada Portal 3D

| | Satuan | Member 1 | Member 2 | Member 3 |
|------------------------|-------------------|----------|----------|----------|
| Modulus Elastisitas, E | kN/m ² | 20000000 | 20000000 | 20000000 |
| Poisson Ratio, ν | | 0.2 | 0.2 | 0.2 |
| Lebar profil, b | m | 0.25 | 0.25 | 0.25 |

Analisis Elemen Hingga Line Elemen pada Portal 3D

| | Satuan | Member 1 | Member 2 | Member 3 |
|--------------------|-------------------|----------|----------|-----------|
| Tinggi Profil, h | m | 0.4 | 0.5 | 0.4 |
| Modulus Geser, G | kN/m ² | 8333333 | 8333333 | 8333333 |
| Momen Inersia z | m ⁴ | 0.00133 | 0.00260 | 0.00133 |
| Momen Inersia y | m ⁴ | 0.00052 | 0.00065 | 0.00052 |
| Konstanta Torsi, J | m ⁴ | 0.00127 | 0.00179 | 0.00127 |
| Luas Profil, A | m ² | 0.1 | 0.125 | 0.1 |
| Panjang member, L | m | 2 | 4 | 4.47214 |
| E/L ³ | kN/m ⁵ | 2500000 | 312500 | 223606.80 |
| Xb | m | 0 | 0 | 6 |
| Yb | m | 0 | 0 | -4 |
| Zb | m | -2 | 0 | 0 |
| Xe | m | 0 | 4 | 4 |
| Ye | m | 0 | 0 | 0 |
| Ze | m | 0 | 0 | 0 |
| rxx | | 0 | 1 | -0.4472 |
| rxz | | 1 | 0 | 0 |
| Ψ | ° | 90 | 0 | 63.4349 |
| cos Ψ | | 0 | 1 | 0.4472 |
| sin Ψ | | 1 | 0 | 0.8944 |

Jumlah *degree of freedom* pada Portal 3D dapat ditentukan dengan mengurangi jumlah *displacement joint* yang ditahan oleh perletakan terhadap total *displacement* yang tidak ditahan. Karena suatu *joint* bebas pada rangka batang dua dimensi mempunyai dua dof, maka total keseluruhan dofnya adalah

$$NDOF = 6(NJ) - NR$$

- NDOF : Jumlah dof
- NJ : Jumlah *joint*
- NR : Jumlah reaksi perletakan

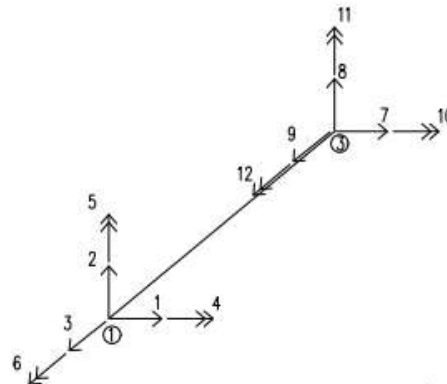
Pada kasus portal 3D ini maka,

$$\begin{aligned}
 NJ &= 4 \\
 NR &= 12 \\
 NDOF &= 6(4) - 12 = 12
 \end{aligned}$$

Matriks kekakuan global untuk masing-masing member akan disajikan sesuai nomor gaya yang bekerja pada tiap member atau elemen.

Member 1

Gaya-gaya yang bekerja pada member 1 dapat dilihat pada **Gambar 5**.



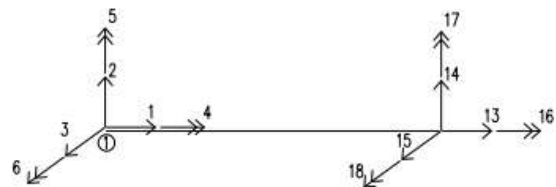
Gambar 5. Gaya yang bekerja pada Member 1

Matriks kekakuan global untuk member 1 adalah sebagai berikut :

| | | | | | | | | | | | | |
|--------|--------|----------|--------|--------|-------|--------|--------|----------|--------|--------|-------|---|
| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 40000 | 0 | 0 | 0 | 40000 | 0 | -40000 | 0 | 0 | -40000 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 15625 | 0 | -15625 | 0 | 0 | 0 | -15625 | 0 | -15625 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1000000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1000000 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | -15625 | 0 | 30833 | 0 | 0 | 0 | 15625 | 0 | 10417 | 0 | 0 | 0 |
| -40000 | 0 | 0 | 0 | 33333 | 0 | -40000 | 0 | 0 | 0 | 28867 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3308 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -3308 | 0 |
| -40000 | 0 | 0 | 0 | -40000 | 0 | 40000 | 0 | 0 | 0 | -40000 | 0 | 0 |
| 0 | -15625 | 0 | 15625 | 0 | 0 | 0 | 15625 | 0 | 15625 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -1000000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1000000 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | -15625 | 0 | 10417 | 0 | 0 | 0 | 15625 | 0 | 30833 | 0 | 0 | 0 |
| -40000 | 0 | 0 | 0 | 28867 | 0 | -40000 | 0 | 0 | 0 | 33333 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -3308 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3308 | 0 |

Member 2

Gaya-gaya yang bekerja pada member 2 dapat dilihat pada **Gambar 6**.



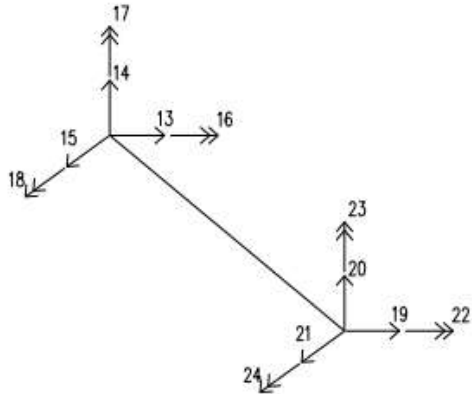
Gambar 6. Gaya yang bekerja pada Member 2

Matriks Kekakuan Global untuk Member 2 adalah sebagai berikut :

| | | | | | | | | | | | | |
|---------|----------|----------|---------|----------|-------|---------|--------|----------|---------|----------|----|--------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 1 |
| 425000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -425000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 8101.81 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8101.81 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 2441.41 | 0 | -4882.81 | 0 | 0 | 0 | 2441.41 | 0 | -4882.81 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 3725.3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3725.3 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -4882.81 | 0 | 13023 | 0 | 0 | 0 | -4882.81 | 0 | 8101.4 | 0 | 0 |
| 0 | 13023.3 | 0 | 0 | 0 | 52083 | 0 | -13023 | 0 | 0 | 0 | 0 | 28042 |
| -425000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 425000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | -8101.81 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8101.81 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -13023 |
| 0 | 0 | -2441.41 | 0 | 4882.81 | 0 | 0 | 0 | -2441.41 | 0 | 4882.81 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | -3725.3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -3725.3 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 4882.81 | 0 | -13023.4 | 0 | 0 | 0 | 4882.81 | 0 | -13023 | 0 | 0 |
| 0 | 13023.3 | 0 | 0 | 0 | 28042 | 0 | -13023 | 0 | 0 | 0 | 0 | 52083 |

Member 3

Gaya-gaya yang bekerja pada member 3 dapat dilihat pada Gambar 7.



Gambar 7. Gaya yang bekerja pada Member 3

Matriks kekakuan global untuk Member 3 adalah sebagai berikut :

| | | | | | | | | | | | |
|---------|---------|----------|---------|---------|--------|---------|---------|----------|---------|---------|---------|
| 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 90999.8 | -178152 | -780 | -7800 | -780 | -3067 | -80910 | 178152 | 780 | -1560 | -780 | -3067 |
| -178152 | 356304 | -780 | -7800 | -780 | -3067 | 178152 | -356304 | 780 | -1560 | -780 | -3067 |
| -780 | -780 | 3141.68 | 6283.4 | 3141.7 | 1959 | 780 | 780 | -3141.68 | 6283.4 | 3141.7 | 1959 |
| -1560 | -780 | 6283.35 | 12566.7 | 6283.6 | 3918 | 1560 | 780 | -6283.35 | 12566.7 | 6283.6 | 3918 |
| -780 | -390 | 3141.68 | 7428.8 | 6087.3 | 2094 | 780 | 390 | -3141.68 | 5138.1 | 196.1 | 1300 |
| -3067.2 | -1833.6 | 1959 | 5200 | -2008 | 1224 | 3067.3 | 1833.6 | -1959 | 2800 | 1300 | 8111.9 |
| -80910 | 178152 | 780 | 1560 | 780 | 3067.2 | 90999.8 | -178152 | -780 | 1560 | 780 | -3067.2 |
| 178152 | -356304 | 780 | 1560 | 780 | 3067.2 | -178152 | 356304 | -780 | 1560 | 780 | 3067.2 |
| 780 | 780 | -3141.68 | -6283.4 | -3141.7 | -1959 | -780 | -780 | 3141.68 | -6283.4 | -3141.7 | -1959 |
| -1560 | -780 | 6283.35 | 12566.7 | 6283.6 | 3918 | 1560 | 780 | -6283.35 | 12566.7 | 6283.6 | 3918 |
| -780 | -390 | 3141.68 | 5138.1 | 196.1 | 1300 | 780 | 390 | -3141.68 | 7428.8 | 6087.3 | 2094 |
| -3067.2 | -1833.6 | 1959 | 2800 | 1300 | 8111.9 | 3067.3 | 1833.6 | -1959 | 1300 | 2800 | 12234 |

Hasil perakitan matriks S dari matriks kekakuan global, K dalam satuan kN/m adalah sebagai berikut :

| | | | | | | | | | | | |
|--------|-------|---------|-------|---------|----------|---------|-----------|---------|---------|---------|--------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 865000 | 0 | 0 | 0 | -40000 | 0 | -625000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 21391 | 0 | 13625 | 0 | 19931.3 | 0 | -9785.825 | 0 | 0 | 0 | 19931 |
| 0 | 0 | 1002441 | 0 | -4882 | 0 | 0 | 0 | -2441.4 | 0 | -4882.8 | 0 |
| 0 | 13625 | 0 | 24259 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -3723.3 | 0 | 0 |
| -40000 | 0 | -4882.8 | 0 | 86354 | 0 | 0 | 0 | 4882.81 | 0 | 6516.42 | 0 |
| 0 | 19931 | 0 | 0 | 0 | 57389.4 | 0 | -18531.21 | 0 | 0 | 0 | 26042 |
| -62500 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 71910 | -178152 | -780 | 1560 | 780 | 3067 |
| 0 | -4766 | 0 | 0 | 0 | -19931.3 | -178152 | 356304.2 | -390 | 780 | 390 | -17888 |
| 0 | 0 | -2441.4 | 0 | -4882.8 | 0 | -780 | -390 | 5138.08 | -6283.4 | 1741.14 | -1950 |
| 0 | 0 | 0 | -3723 | 0 | 0 | 1560 | 780 | -6283.4 | 2895.5 | 7428.83 | 5200 |
| 0 | 0 | -4882.8 | 0 | 6516.4 | 0 | 780 | 390 | 1741.14 | 7428.83 | 19188.1 | 2800 |
| 0 | 19931 | 0 | 0 | 0 | 26042.7 | 3067.3 | -18531.21 | -1950 | 5200 | 2800 | 64307 |

Vector Q_f yang merupakan gabungan antara fixed end forces balok dengan axial fixed end forces dapat dinyatakan dalam bentuk matriks. Hasil perhitungan matriks, Q_f dalam satuan kN untuk setiap member adalah sebagai berikut :

| | | | | | |
|----------------------------------|----|----------------------------------|----|----------------------------------|----|
| [Q _f ⁽¹⁾] | 7 | [Q _f ⁽²⁾] | 1 | [Q _f ⁽³⁾] | 1 |
| 0.00000 | 8 | 20.00000 | 2 | 0.00000 | 2 |
| 0.00000 | 9 | 0.00000 | 3 | 0.00000 | 3 |
| 0.00000 | 10 | 0.00000 | 4 | 0.00000 | 4 |
| 0.00000 | 11 | 0.00000 | 5 | 0.00000 | 5 |
| 0.00000 | 12 | 13.33333 | 6 | 0.00000 | 6 |
| 0.00000 | 1 | 0.00000 | 13 | 0.00000 | 13 |
| 2.50000 | 2 | 20.00000 | 14 | 0.00000 | 14 |
| 0.00000 | 3 | 0.00000 | 15 | 0.00000 | 15 |
| 0.00000 | 4 | 0.00000 | 16 | 0.00000 | 16 |
| 0.00000 | 5 | 0.00000 | 17 | 0.00000 | 17 |
| -1.25000 | 6 | -13.33333 | 18 | 0.00000 | 18 |

Perakitan vector fixed end forces Q_f menjadi P_f dan beban joint equivalent P adalah sebagai berikut:

$$[P_f] = \begin{bmatrix} 0 \\ 22.5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 12.083 \\ 0 \\ 20 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -13.33 \end{bmatrix} \quad [P] = \begin{bmatrix} 0 \\ -8 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Setelah matriks S didapatkan maka hubungan kekakuan, P - P_f = Sd yang mewakili persamaan simultan aljabar linear dapat diselesaikan untuk mendapatkan displacement joint, d. Berdasarkan hasil analisa diperoleh nilai displacement joint dalam satuan meter sebagai berikut:

$$d = [S]^{-1} \times ([P] - [P_f]) = \begin{bmatrix} -0.00166 \\ -0.00623 \\ 0.00000 \\ 0.00447 \\ -0.00120 \\ 0.00084 \\ -0.00169 \\ -0.00094 \\ 0.00384 \\ 0.00200 \\ -0.00086 \\ 0.00165 \end{bmatrix}$$

Dengan d yang sudah diketahui maka displacement ujung pada tiap member, v ditentukan dengan menerapkan persamaan compatibility yang didefinisikan dengan nomor kodenya. Selanjutnya dalam sistem koordinat lokal, displacement ujung u dapat diperoleh dari hasil perkalian matriks transformasi, T dan vektor displacement ujung tiap member, v.

$$[v^{(1)}] = \begin{bmatrix} 0.00000 \\ 0.00000 \\ 0.00000 \\ 0.00000 \\ 0.00000 \\ 0.00000 \\ -0.00166 \\ -0.00623 \\ 0.00000 \\ 0.00447 \\ -0.00120 \\ 0.00084 \end{bmatrix} \quad [v^{(2)}] = \begin{bmatrix} -0.00166 \\ -0.00623 \\ 0.00000 \\ 0.00447 \\ -0.00120 \\ 0.00084 \\ -0.00169 \\ -0.00094 \\ 0.00384 \\ 0.00200 \\ -0.00086 \\ 0.00165 \end{bmatrix} \quad [v^{(3)}] = \begin{bmatrix} 0.00000 \\ 0.00000 \\ 0.00000 \\ 0.00000 \\ 0.00000 \\ 0.00000 \\ 0.00000 \\ -0.00169 \\ -0.00094 \\ 0.00384 \\ 0.00200 \\ -0.00086 \\ 0.00165 \end{bmatrix}$$

Gaya ujung member dalam koordinat lokal Q dapat diperoleh menggunakan hubungan kekakuan Q = ku. Hasil gaya ujung member dalam koordinat lokal, Q untuk sepuluh member adalah sebagai berikut:

Analisis Elemen Hingga Line Elemen pada Portal 3D

$$\begin{aligned}
 \{Q^{(1)}\} &= \begin{pmatrix} 0.65470 \\ -18.43513 \\ -27.46542 \\ -4.47060 \\ 50.74133 \\ -34.43968 \\ -0.65470 \\ 18.43513 \\ 27.46542 \\ 4.47060 \\ 4.18952 \\ -2.43059 \end{pmatrix} \begin{matrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \\
 \{Q^{(2)}\} &= \begin{pmatrix} 18.43513 \\ -3.03458 \\ 0.65470 \\ 9.18952 \\ -2.43059 \\ -16.55394 \\ -18.43513 \\ 3.03458 \\ -0.65470 \\ -9.18952 \\ -0.18822 \\ 4.41563 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \end{matrix} \\
 \{Q^{(3)}\} &= \begin{pmatrix} 36.00261 \\ -0.58155 \\ 2.62707 \\ 3.94132 \\ -3.90811 \\ 10.00309 \\ -36.00261 \\ 0.58155 \\ -2.62707 \\ -3.94132 \\ -7.84050 \\ -13.20388 \end{pmatrix} \begin{matrix} 19 \\ 20 \\ 21 \\ 22 \\ 23 \\ 24 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \end{matrix}
 \end{aligned}$$

Gaya ujung member dalam koordinat global, F dapat ditentukan dengan melakukan perkalian transpose dari matriks transformasi, T^T dikalikan dengan matrik gaya ujung member dalam koordinat lokal, Q Hasil dari perhitungan adalah sebagai berikut :

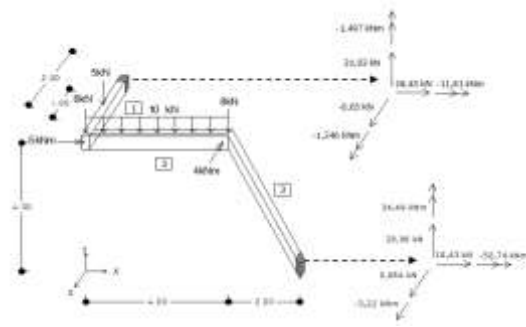
$$\begin{aligned}
 \{F^{(1)}\} &= \begin{pmatrix} 18.43513 \\ 29.96542 \\ 0.65470 \\ -50.74133 \\ 34.43968 \\ -3.22060 \\ -18.43513 \\ -24.96542 \\ -0.65470 \\ -4.18952 \\ 2.43059 \\ 3.22060 \end{pmatrix} \begin{matrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \\
 \{F^{(2)}\} &= \begin{pmatrix} 18.43513 \\ 16.96542 \\ 0.65470 \\ 9.18952 \\ -2.43059 \\ -3.22060 \\ -18.43513 \\ 23.03458 \\ -0.65470 \\ -9.18952 \\ -0.18822 \\ -8.91771 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \end{matrix} \\
 \{F^{(3)}\} &= \begin{pmatrix} -18.43513 \\ 31.03458 \\ -0.65470 \\ -11.80833 \\ -1.49763 \\ -1.24633 \\ 18.43513 \\ -31.03458 \\ 0.65470 \\ 9.18952 \\ 0.18822 \\ 12.91771 \end{pmatrix} \begin{matrix} 19 \\ 20 \\ 21 \\ 22 \\ 23 \\ 24 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \end{matrix}
 \end{aligned}$$

Reaksi perletakan R ditentukan dari F dengan menjumlahkan elemen-elemen pada vektor F yang mempunyai nomor kode yang sama dengan *restrained* koordinat pada perletakan tersebut. Sehingga diperoleh matrik R sebagai berikut:

$$\{R\} = \begin{pmatrix} 18.4351 \\ 29.9654 \\ 0.6547 \\ -50.7413 \\ 34.4397 \\ -3.2206 \\ -18.4351 \\ 31.0346 \\ -0.6547 \\ -1.4976 \\ -1.2463 \end{pmatrix} \begin{matrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 19 \\ 20 \\ 21 \\ 23 \\ 24 \end{matrix}$$

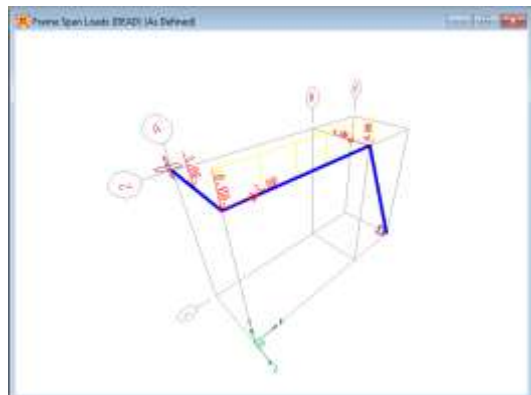
Berdasarkan hasil perhitungan di atas maka dilakukan pengontrolan terhadap beban luar arah sumbu X,Y,Z global sebagai berikut:

- Terhadap sumbu X
 $\Sigma X = 0$
 $\Sigma X = 18,4351 - 18,4351 = 0$ (terbukti)
- Terhadap sumbu Y
 $\Sigma Y = 0$
 $\Sigma Y = -60 + 60 = 0$ (terbukti)
- Terhadap sumbu Z
 $\Sigma Z = 0$
 $\Sigma Z = 0,6547 - 0,6547 = 0$ (terbukti)



Gambar 8. Hasil reaksi perletakan berdasarkan analisis struktur menggunakan metode matriks pada *joint* 3 dan *joint* 4.

Pemodelan struktur yang dibuat dengan Program SAP 2000 disesuaikan dengan model portal 3D dalam penelitian ini. Hasil pemodelan dan pembebanan dapat dilihat pada Gambar 9.



Gambar 9. Pemodelan struktur Portal 3D Program SAP 2000

Hasil analisis Portal 3D dengan menggunakan Program SAP 2000 berupa *displacement joint* dapat dilihat pada **Gambar 10**.

| Joint Type | Material Type | Cross-Section Type | U1 | U2 | U3 | R1 | R2 | R3 | R4 |
|------------|---------------|--------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1 | FRAM | 141446 | 0.00016 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 |
| 2 | FRAM | 141446 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 |
| 3 | FRAM | 141446 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 |

Gambar 10. Hasil *output joint displacement* dari SAP 2000

Hasil analisis Portal 3D dengan menggunakan Program SAP 2000 gaya aksial, gaya geser pada bidang 1-2, gaya geser pada bidang 1-3, momen puntir, momen terhadap sumbu 2 dan momen terhadap sumbu 3 dapat dilihat pada **Gambar 11** dan **Gambar 12**.

Gambar 11. Hasil output elemen joint forces - frames dari SAP 2000

Gambar 12. Hasil output elemen forces - frames dari SAP 2000

Hasil analisis Portal 3D dengan menggunakan Program SAP 2000 berupa *joint reaction* dapat dilihat pada **Gambar 13**.

Gambar 13. Hasil output joint reaction dari SAP 2000

Dari hasil analisis Portal 3D menggunakan metode elemen hingga secara manual dan Program SAP 2000 maka dapat disajikan perbandingan nilai *joint displacement* pada Tabel 2.

Tabel 2. Joint Displacement

| Penamaan gaya ujung member | Displacement (d) | |
|----------------------------|------------------|---------|
| | Manual | SAP |
| 1 | -0.0017 | -0.0016 |
| 2 | -0.0062 | -0.0061 |
| 3 | 0.0000 | 0.0000 |
| 4 | 0.0045 | 0.0043 |
| 5 | -0.0012 | -0.0011 |
| 6 | 0.0008 | 0.0000 |
| 13 | -0.0017 | -0.0016 |
| 14 | -0.0009 | -0.0009 |
| 15 | 0.0038 | 0.0038 |
| 16 | 0.0020 | 0.0022 |
| 17 | -0.0009 | -0.0009 |
| 18 | 0.0016 | 0.0018 |

Berdasarkan hasil pada Tabel 2 dapat dilihat bahwa perbedaan hasil analisis metode elemen hingga manual dan SAP 2000 tidak menunjukkan perbedaan yang besar.

Hasil analisis terhadap gaya aksial, gaya geser pada bidang 1-2, gaya geser pada bidang 1-3, momen puntir, momen terhadap sumbu 2 dan momen terhadap sumbu 3 untuk setiap elemen akan disajikan dalam tabel. Tabel 3 menampilkan hasil analisis untuk Member 1, Tabel 4 menampilkan hasil analisis untuk Member 2, dan Tabel 5 menampilkan hasil untuk Member 3.

Tabel 3. Hasil analisis member 1

| Penamaan gaya ujung member | Member 1 | |
|----------------------------|----------|----------|
| | Manual | SAP |
| 7 | 18.4351 | 19.2390 |
| 8 | 29.9654 | 29.2520 |
| 9 | 0.6547 | 1.0610 |
| 10 | -50.7413 | -50.4952 |
| 11 | 34.4397 | 33.6089 |
| 12 | -3.2206 | -0.0395 |

| Penamaan gaya ujung member | Member 1 | |
|----------------------------|----------|----------|
| | Manual | SAP |
| 1 | -18.4351 | -19.2390 |
| 2 | -24.9654 | -24.2520 |
| 3 | -0.6547 | -1.0610 |
| 4 | -4.1895 | -3.0088 |
| 5 | 2.4306 | 4.8694 |
| 6 | 3.2206 | 0.0395 |

Berdasarkan Tabel 3, dapat dilihat bahwa untuk member 1, perbedaan nilai terbesar hasil analisis metode elemen hingga manual dan SAP 2000 pada gaya nomor 6 dan nomor 12 yang merupakan hasil dari momen pada arah sumbu 3.

Tabel 4. Hasil analisis member 2

| Penamaan gaya ujung member | Member 2 | |
|----------------------------|----------|----------|
| | Manual | SAP |
| 1 | 18.4351 | 19.2390 |
| 2 | 16.9654 | 16.2520 |
| 3 | 0.6547 | 1.0610 |
| 4 | 9.1895 | 8.0088 |
| 5 | -2.4306 | -4.8694 |
| 6 | -3.2206 | -0.0395 |
| 13 | -18.4351 | -19.2390 |
| 14 | 23.0346 | 23.7480 |
| 15 | -0.6547 | -1.0610 |
| 16 | -9.1895 | -8.0088 |
| 17 | -0.1882 | 0.6256 |
| 18 | -8.9177 | -14.9527 |

Berdasarkan Tabel 3, dapat dilihat bahwa untuk member 2, perbedaan nilai terbesar hasil analisis metode elemen hingga manual dan SAP 2000 pada gaya nomor 6 dan nomor 18 yang merupakan hasil dari momen pada arah sumbu 3.

Tabel 4. Hasil Analisis Member 3

| Penamaan gaya ujung member | Member 3 | |
|----------------------------|----------|----------|
| | Manual | SAP |
| 19 | -18.4351 | 19.2390 |
| 20 | 31.0346 | -31.7480 |

| Penamaan gaya ujung member | Member 3 | |
|----------------------------|----------|----------|
| | Manual | SAP |
| 21 | -0.6547 | 1.0610 |
| 22 | -11.8083 | 8.0088 |
| 23 | -1.4976 | -0.6256 |
| 24 | -1.2463 | 10.9527 |
| 13 | 18.4351 | -19.2390 |
| 14 | -31.0346 | 31.7480 |
| 15 | 0.6547 | -1.0610 |
| 16 | 9.1895 | -12.2526 |
| 17 | 0.1882 | -1.4963 |
| 18 | 12.9177 | 2.5079 |

Berdasarkan Tabel 4, dapat dilihat bahwa untuk member 3, perbedaan nilai terbesar hasil analisis metode elemen hingga manual dan SAP 2000 pada gaya nomor 24 dan nomor 18 yang merupakan momen pada arah sumbu 3.

Hasil analisis terhadap *joint reaction* menggunakan metode elemen hingga secara manual dan Program SAP 2000 maka dapat disajikan pada **Tabel 5.**

Tabel 5. *Joint Reaction*

| Penamaan gaya ujung member | Reaksi Perletakan | |
|----------------------------|-------------------|----------|
| | Manual | SAP |
| 7 | 18.4351 | 19.2390 |
| 8 | 29.9654 | 29.2520 |
| 9 | 0.6547 | 1.0610 |
| 10 | -50.7413 | -50.4952 |
| 11 | 34.4397 | 33.6089 |
| 12 | -3.2206 | -0.0395 |
| 19 | -18.4351 | -19.2390 |
| 20 | 31.0346 | 31.7480 |
| 21 | -0.6547 | -1.0610 |
| 22 | -11.8083 | -12.2526 |
| 23 | -1.4976 | -1.4963 |
| 24 | -1.2463 | 2.5079 |

Berdasarkan Tabel 5, dapat dilihat bahwa hasil analisis *joint reaction* untuk portal 3D dengan

metode elemen hingga manual dan SAP 2000 tidak menunjukkan perbedaan yang besar [6].

6. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan maka dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

1. Besarnya nilai *joint displacement* hasil analisa metode elemen hingga secara manual dan bantuan *software* SAP 2000 tidak menunjukkan perbedaan yang besar.
2. Hasil analisis gaya pada member 1, member 2, dan 3 menunjukkan perbedaan yang besar khususnya pada hasil analisa momen pada arah sumbu 3.

7. Daftar Pustaka

- [1] C. C. Manubulu, M. Mooy, I. Sampaio, and S. Serra, "ANALISA RANGKA BATANG 2D MENGGUNAKAN METODE MATRIKS KEKAKUAN STRUKTUR DAN SAP 2000," vol. 1, no. 2, pp. 11–19, 2022.
- [2] C. C. Manubulu, R. Hendrikus, and F. Ndouk, "Getaran Bebas Pada Struktur M dof Bangunan Penahan Geser," *Eternitas J. Tek. Sipil*, vol. 1, no. 1, pp. 49–57, 2020.
- [3] S. O. Dapas, "Analisis Struktur Rangka Batang," *J. Ilm. Media Eng.*, vol. 1, no. 2, pp. 156–160, 2011.
- [4] J. Harahap, M. Sumajouw, and S. Wallah, "Analisa Struktur Cara Kekakuan : Sebagai Alat Bantu Alternatif Dalam Perhitungan Stuktur," *J. Ilm. Media Eng.*, vol. 6, no. 3, pp. 529–534, 2016.
- [5] C. C. Manubulu, "RANGKA BATANG 3D MENGGUNAKAN ANALISA METODE ELEMEN HINGGA DAN SAP 2000 dihitung dengan program alternatif MS Excel dengan hasil yang dikeluarkan oleh perangkat lunak SAP 2000 . cara matriks khususnya pada rangka batang," vol. 2, no. 2, pp. 11–20, 2022.
- [6] I. K. Sudarsana, D. P. G. Sugupta, and Y. L. Suku, "Pemodelan Dan Analisis Perilaku Portal-Dinding Pengisi Bertulang Menggunakan Metode Elemen Hingga," pp. 443–452, 2002.