

# Studi Simulasi Panas pada Pelat Tipis dengan Model Persamaan Diferensial Parsial

Ridhani Anita Fajardini<sup>\*1</sup>, Amanda Rosalina<sup>2</sup>, Adristi Nisazarifa<sup>3</sup>, Desrilia Nursyifaulkhair<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Teknik Desain dan Manufaktur, Politeknik Perkapalan Negeri Surabaya, Indonesia

<sup>2</sup>Teknik Desain dan Manufaktur, Politeknik Perkapalan Negeri Surabaya, Indonesia

<sup>3</sup>Teknik Pengelasan, Politeknik Perkapalan Negeri Surabaya, Indonesia

<sup>4</sup>Teknik Bangunan Kapal, Politeknik Perkapalan Negeri Surabaya, Indonesia

Email: <sup>\*1</sup>ridhanianita@ppns.ac.id

**Abstrak**—Studi ini membahas simulasi distribusi temperatur pada pelat tipis dua dimensi dalam kondisi tunak (steady state) menggunakan pendekatan numerik berbasis persamaan diferensial parsial (PDE). studi ini bersifat numerik dan tidak berbasis pada eksperimen, melainkan menggunakan bentuk pelat persegi sebagai studi kasus yang representatif. Permasalahan ini dimodelkan menggunakan persamaan diferensial parsial jenis elliptic equation, khususnya persamaan Laplace, yang menyatakan distribusi temperatur pada pelat. Penyelesaian dilakukan secara numerik dengan pendekatan second-order central difference scheme. Untuk mengevaluasi keefektifan pendekatan ini, dilakukan simulasi pada beberapa variasi ukuran grid (step size) yang berbeda. Hasil menunjukkan bahwa ukuran step size yang lebih kecil memberikan pola distribusi temperatur yang lebih detail, namun terjadi peningkatan jumlah titik diskritisasi dan beban komputasi. Penelitian ini menunjukkan bahwa metode beda hingga (FDM) dapat menjadi metode yang efisien dan fleksibel dalam menganalisis fenomena konduksi panas dua dimensi, terutama pada kondisi batas tertentu.

**Kata Kunci**—Distribusi Temperatur, Pendekatan Numerik, Persamaan Diferensial Parsial

## I. PENDAHULUAN

**K**AJIAN distribusi temperatur pada pelat tipis memiliki peranan penting dalam berbagai aplikasi rekayasa, seperti pada desain pelat pendingin (*cooling plate*), *heat sink* pada perangkat elektronik, serta komponen struktural berbahan logam yang bekerja pada kondisi beban termal tertentu. Distribusi temperatur yang tidak merata pada aplikasi tersebut dapat menyebabkan penurunan kinerja sistem, deformasi termal, hingga kegagalan material. Oleh karena itu, simulasi numerik perpindahan panas menjadi alat bantu yang krusial dalam tahap perancangan dan analisis sistem termal, khususnya untuk memprediksi perilaku temperatur sebelum dilakukan pengujian eksperimental [1].

Perpindahan panas merupakan proses pemindahan energi yang terjadi akibat perbedaan temperatur antara dua titik atau lebih. Mekanisme perpindahan ini dapat berlangsung melalui konduksi, konveksi, maupun radiasi [2]. Proses ini berkaitan erat dengan hukum kekekalan

energi yang menyatakan bahwa energi tidak dapat diciptakan maupun dimusnahkan, tetapi dapat berpindah dari satu lokasi ke lokasi lainnya. Fenomena tersebut dapat dimodelkan secara matematis menggunakan persamaan diferensial parsial atau partial differential equation (PDE), yang merepresentasikan laju perpindahan panas tersebut [3], [4].

Model distribusi panas umumnya dinyatakan dalam bentuk PDE. Namun penyelesaiannya tidak selalu dapat dilakukan secara analitik karena kompleksitas geometri dan kondisi batas yang beragam. Oleh karena itu, diperlukan pendekatan numerik untuk memperoleh solusi pendekatan. Seiring perkembangan teknologi komputasi, berbagai metode numerik telah dikembangkan, seperti metode beda hingga (*Finite Difference Method/FDM*), metode volume hingga (*Finite Volume Method/FVM*), dan metode elemen hingga (*Finite Element Method/FEM*). Pemilihan metode numerik tersebut disesuaikan dengan tujuan analisis serta tingkat kompleksitas permasalahan yang diteliti [5], [6].

Dalam simulasi distribusi temperatur pada pelat tipis, proses diskritisasi domain spasial dilakukan dengan membagi area analisis ke dalam grid dengan ukuran langkah tertentu yang dikenal sebagai step size ( $\Delta x$  dan  $\Delta y$ ). Pemilihan ukuran langkah atau step size ( $\Delta x$  dan  $\Delta y$ ) menjadi salah satu faktor penting yang mempengaruhi ketelitian hasil perhitungan numerik. Semakin kecil nilai step size yang digunakan, semakin rapat pembagian domain analisis. Dengan menggunakan step size yang lebih kecil, pola distribusi temperatur yang dihasilkan tampak lebih halus dan representatif terhadap kondisi fisik sebenarnya. Namun demikian, penggunaan step size yang kecil juga berdampak pada meningkatnya jumlah titik hitung dan waktu komputasi. Penelitian sebelumnya mengenai studi numerik menunjukkan bahwa variasi step size secara langsung mempengaruhi ketelitian, stabilitas numerik, serta efisiensi komputasi dalam penyelesaian persamaan panas [7], [8]. Oleh karena itu, analisis dilakukan dengan membandingkan hasil simulasi dari variasi step size untuk melihat sejauh mana perubahan ukuran langkah memengaruhi proses simulasi.

Pengembangan formulasi numerik untuk menangani berbagai kondisi batas, khususnya pada pelat dengan

batas terisolasi (*insulated boundary*) dan geometri tidak beraturan (*irregular boundary*), masih relatif terbatas dan umumnya difokuskan pada kasus geometri sederhana. Hal ini menunjukkan adanya kesenjangan penelitian dalam hal analisis komparatif pengaruh step size serta pengembangan formulasi diskretisasi yang adaptif terhadap berbagai kondisi batas dan bentuk domain yang lebih kompleks.

Pada penelitian ini, metode beda hingga dipilih sebagai pendekatan untuk menyelesaikan masalah perpindahan panas secara komputasional. Pemodelan distribusi panas dalam suatu medium secara matematis direpresentasikan melalui persamaan diferensial parsial (PDE) yang menggambarkan perubahan temperatur terhadap ruang dan waktu. Karena kompleksitas geometri dan kondisi batas yang sering dijumpai dalam kasus nyata, solusi analitik sering kali tidak memungkinkan sehingga diselesaikan dengan metode numerik yang hasilnya akan disimulasikan menggunakan software MATLAB.

Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis pengaruh variasi nilai step size terhadap distribusi temperatur pada pelat tipis dua dimensi menggunakan metode beda hingga. Penelitian ini juga mengevaluasi dampak perubahan step size terhadap karakteristik hasil simulasi dan efisiensi komputasi dengan bantuan perangkat lunak MATLAB. Hasil penelitian diharapkan dapat memberikan kontribusi dalam simulasi numerik perpindahan panas yang relevan dengan aplikasi rekayasa termal.

## II. KAJIAN PUSTAKA

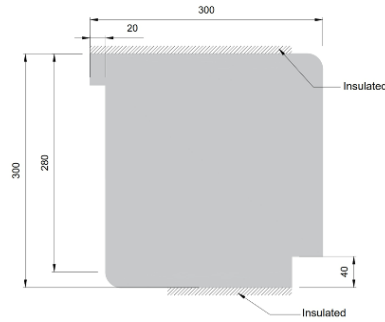
Salah satu penelitian yang membahas penyelesaian numerik terhadap fenomena perpindahan panas dilakukan oleh Chintya dkk. [3], yang fokus pada analisis perpindahan panas dalam pelat tiga dimensi. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menganalisis pembentukan sistem persamaan linear dari diskritisasi segitiga dengan metode elemen hingga. Proses penyelesaiannya diawali dengan membagi pelat menjadi sejumlah elemen diskrit, sehingga memungkinkan perumusan model matematis berdasarkan kondisi batas yang berlaku.

Penelitian lain yang pernah membahas tentang penyelesaian secara numerik dari perpindahan panas adalah penelitian yang dilakukan oleh Rachmawati dan Kamiran [4], penelitian tersebut menjelaskan tentang perpindahan panas pada pelat tiga dimensi. Kemudian perpindahan panas dengan menggunakan metode elemen hingga dan memanfaatkan elemen segi empat linear yang memiliki 4 node untuk diselesaikan secara numerik. Hasil dari penelitian tersebut disimulasikan menggunakan software [4].

## III. METODE

Pelat yang akan disimulasikan distribusi temperaturnya berbentuk kotak dengan sisi irregular. Dimensi pelat dapat dilihat pada Gambar 1. Berdasarkan gambar tersebut, terdapat kondisi batas berupa sisi yang terinsulasi pada bagian atas dan bawah. Nodes atau titik-titik yang akan

diselesaikan memiliki beberapa jenis yaitu titik interior, titik pada daerah insulasi, dan titik pada daerah irregular.



Gambar 1: Dimensi Benda

Kasus distribusi temperatur akan diselesaikan menggunakan persamaan diferensial parsial (PDE) *elliptic equation* dengan kondisi *temperatur steady state*. Distribusi temperatur tersebut dapat ditentukan berdasarkan persamaan laplace sebagai berikut [9], [10]:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

Untuk menyelesaikan persamaan ini secara numerik, diperlukan proses diskretisasi. Metode diskritisasi merupakan metode membagi daerah benda menjadi beberapa titik-titik dengan jaraknya masing-masing yaitu  $\Delta x$  dan  $\Delta y$ . Pada setiap titik tersebut dicari nilainya menggunakan persamaan *finite-divided difference* dengan *central scheme 2nd order*. Skema ini memberikan pendekatan numerik terhadap turunan kedua dalam persamaan Laplace seperti ditunjukkan pada persamaan (2) dan (3) [10].

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{\Delta x^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta y^2} \quad (3)$$

### A. Persamaan Temperatur untuk Titik Interior

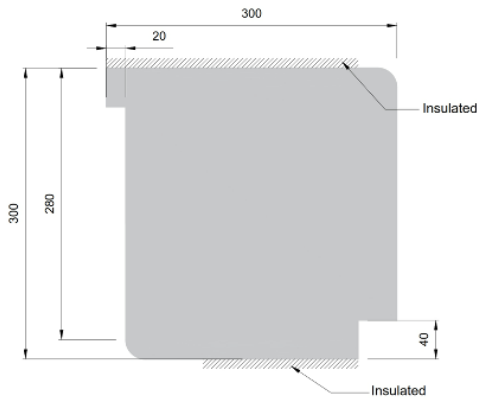
Berdasarkan substitusi persamaan 2 dan 3 *finite-divided difference central scheme 2<sup>nd</sup> order* pada persamaan 1, maka persamaan 1 berubah menjadi :

$$\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta y^2} = 0 \quad (4)$$

$$\Delta x = \Delta y$$

$$T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j} = -T_{i,j+1} + 2T_{i,j} - T_{i,j-1} \quad (5)$$

Persamaan 6 akan digunakan dalam menentukan persamaan aljabar linier sederhana pada titik yang belum diketahui temperaturnya. Persamaan 6 berlaku untuk step size  $\Delta x = \Delta y$ .

Gambar 2: Node  $i,1$  Daerah Insulated

### B. Persamaan Temperatur untuk Area Insulated

Daerah insulated berada pada bagian atas dengan nodes  $i,1$  dan bawah dengan nodes  $i,1$ . Untuk menghitung temperatur  $T_{i,1}$  menggunakan persamaan berikut ini:

$$T_{i+1,1} + T_{i-1,1} + T_{i,2} + T_{i,0} - 4T_{i,1} = 0 \quad (6)$$

Terdapat titik imajiner ( $i,0$ ) yang berada pada luar pelat seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3. Untuk menyelesaikan titik imajiner eksterior dengan melakukan turunan pertama dalam dimensi x pada ( $i,1$ ) oleh *finite divided difference central scheme* yang ditunjukkan pada persamaan 8.

$$\frac{\partial T}{\partial y} \approx \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j-1}}{2\Delta y} \quad (7)$$

yang dapat diselesaikan untuk:

$$T_{i,j-1} \approx T_{i,j+1} - 2\frac{\partial T}{\partial y}\Delta y \quad (8)$$

$$T_{i,0} \approx T_{i,2} - 2\frac{\partial T}{\partial y}\Delta y \quad (9)$$

Substitusi persamaan (3-9) ke persamaan (3-7):

$$T_{i+1,1} + T_{i-1,1} + T_{i,2} + T_{i,2} - 2\frac{\partial T}{\partial y}\Delta y - 4T_{i,1} = 0 \quad (10)$$

$$-T_{i+1,1} - T_{i-1,1} - T_{i,2} + 4T_{i,1} \approx T_{i,2} - 2\frac{\partial T}{\partial y}\Delta y \quad (11)$$

$$T_{i+1,1} + T_{i-1,1} + T_{i,2} + T_{i,2} - 2\frac{\partial T}{\partial x}\Delta y - 4T_{i,1} = 0 \quad (12)$$

$$T_{i+1,1} + T_{i-1,1} + 2T_{i,2} - 2\frac{\partial T}{\partial x}\Delta y - 4T_{i,1} = 0 \quad (13)$$

Pada kasus sisi terinsulasi, turunannya bernilai nol (0), sehingga persamaannya berubah menjadi:

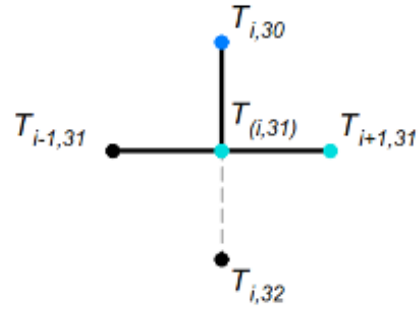
$$T_{i+1,1} + T_{i-1,1} + 2T_{i,2} - 4T_{i,1} = 0 \quad (14)$$

Untuk mencari nilai  $T_{i,1}$  yang ter-insulated menggunakan persamaan berikut :

$$T_{i,1} = \frac{T_{i+1,1} + T_{i-1,1} + 2T_{i,2}}{4} \quad (15)$$

Sedangkan persamaan untuk  $T_{i,31}$  yang ter-insulated sebagai berikut :

$$T_{i,31} = \frac{T_{i+1,31} + T_{i-1,31} + 2T_{i,30}}{4} \quad (16)$$

Gambar 3: Node  $i,31$  Daerah Insulated

### C. Persamaan Temperatur untuk Irregular Boundary

Daerah dengan *irregular boundary* menggunakan persamaan berikut ini:

*First derivative* pada dimensi x:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{i-1,j} \approx \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\alpha_1 \Delta x} \quad (17)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{i,j} \approx \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\alpha_2 \Delta x} \quad (18)$$

*Second derivative* pada sumbu x :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) = \frac{\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{i,j} - \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{i-1,j}}{\frac{\alpha_1 \Delta x + \alpha_2 \Delta x}{2}} \quad (19)$$

Substitusi persamaan (16), (17) ke persamaan (18) sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{2 \left( \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\alpha_2 \Delta x} - \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\alpha_1 \Delta x} \right)}{\alpha_1 \Delta x + \alpha_2 \Delta x} \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{2}{\Delta x^2} \left[ \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\alpha_1(\alpha_1 + \alpha_2)} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\alpha_2(\alpha_1 + \alpha_2)} \right] \quad (21)$$

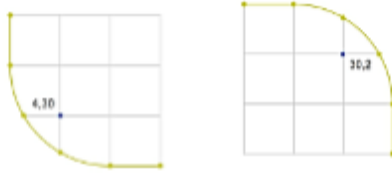
Dengan cara yang sama dapat diterapkan untuk mendapatkan persamaan untuk sumbu y

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{2}{\Delta y^2} \left[ \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\beta_1(\beta_1 + \beta_2)} + \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\beta_2(\beta_1 + \beta_2)} \right] \quad (22)$$

Substitusi persamaan (20) dan (21) ke persamaan (1)

$$\frac{2}{\Delta x^2} \left[ \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\alpha_1(\alpha_1 + \alpha_2)} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\alpha_2(\alpha_1 + \alpha_2)} \right] + \frac{2}{\Delta y^2} \left[ \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\beta_1(\beta_1 + \beta_2)} + \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\beta_2(\beta_1 + \beta_2)} \right] = 0 \quad (23)$$

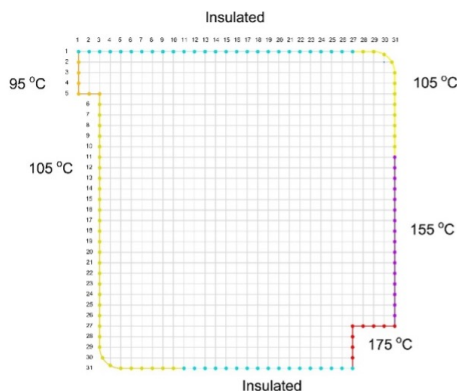
Persamaan (21) dapat diterapkan pada irregular step size dengan tipe Dirichlet boundary. Gambar 4 menunjukkan nodes pada daerah irregular yang ditandai dengan titik berwarna biru.



Gambar 4: Irregular Boundary

#### IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Proses penyelesaian distribusi temperatur pada pelat tipis dua dimensi dengan kondisi steady state menggunakan pendekatan numerik berbasis metode beda hingga (*Finite Difference Method/FDM*). Penyelesaian dilakukan terhadap bentuk geometri tertentu dengan asumsi tidak terjadi perubahan temperatur terhadap waktu, sehingga sistem dapat direpresentasikan melalui persamaan Laplace sebagai bentuk dari persamaan diferensial parsial (PDE) tipe eliptik. Dengan melakukan diskritisasi menggunakan grid persegi, nilai temperatur pada setiap titik dihitung secara iteratif hingga diperoleh konvergensi. Analisis difokuskan pada pengaruh variasi ukuran step size terhadap pola distribusi temperatur yang dihasilkan, sebagai upaya untuk melihat sejauh mana tingkat ketelitian hasil temperatur.



Gambar 5: Kondisi Batas

Pada gambar 5 pelat didiskritisasi dengan step size ( $\Delta x$  dan  $\Delta y$ ) sebesar 10 mm seperti yang ditunjukkan pada Gambar 5. Diskritisasi tersebut menghasilkan 887 nodes yang terdiri dari total 773 nodes yang akan ditentukan nilai temperaturnya, 44 *nodes insulated*, dan 70 nodes

dalam boundary *condition dirichlet*. 773 persamaan akan diselesaikan untuk menentukan nilai temperatur.

##### A. Node Interior

Titik berwarna biru pada Gambar 6 merupakan nodes yang belum diketahui nilai temperaturnya. Untuk mencari nilai temperatur pada titik tersebut menggunakan central divided difference. Persamaan (3-6) digunakan untuk mencari titik interior yang belum diketahui nilai temperaturnya.



Gambar 6: Contoh Nodes Interior

Gambar 6 menunjukkan nodes interior yaitu  $T_{13,7}$ ,  $T_{13,8}$ ,  $T_{13,9}$ ,  $T_{13,10}$ ,  $T_{14,7}$ ,  $T_{14,8}$ ,  $T_{14,9}$ ,  $T_{14,10}$ ,  $T_{15,7}$ ,  $T_{15,8}$ ,  $T_{15,9}$ ,  $T_{15,10}$ ,  $T_{16,7}$ ,  $T_{16,8}$ ,  $T_{16,9}$ ,  $T_{16,10}$ . Contoh perhitungan dibawah ini berlaku untuk node interior lainnya. Berikut merupakan contoh persamaan node interior  $T_{15,8}$ .

Untuk mencari titik  $T_{15,8}$ , dimana  $i = 15$ ,  $j = 8$ .

$$T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1} - 4T_{i,j} = 0 \quad (24)$$

$$T_{16,8} + T_{14,8} + T_{15,9} + T_{15,7} - 4T_{15,8} = 0 \quad (25)$$

Sedangkan persamaan untuk mencari  $T_{15,8}$  sebagai berikut:

$$T_{15,8} = \frac{T_{16,8} + T_{14,8} + T_{15,9} + T_{15,7}}{4} \quad (26)$$

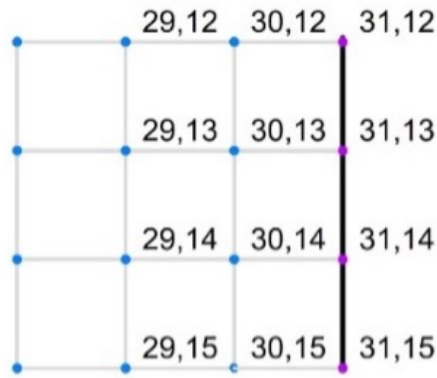
Gambar 7 menunjukkan interior nodes  $T_{29,12}$ ,  $T_{29,13}$ ,  $T_{29,14}$ ,  $T_{29,15}$ ,  $T_{30,12}$ ,  $T_{30,13}$ ,  $T_{30,14}$ ,  $T_{30,15}$  dan boundary nodes  $T_{31,12}$ ,  $T_{31,13}$ ,  $T_{31,14}$ ,  $T_{31,15}$ . Interior node  $T_{30,14}$  yang dekat dengan boundary condition memiliki contoh perhitungan sebagai berikut:

Untuk mencari titik  $T_{30,14}$ , dimana  $i = 30$ ,  $j = 14$

Diketahui  $T_{31,14} = 155$

$$T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1} - 4T_{i,j} = 0 \quad (27)$$

$$T_{31,14} + T_{29,14} + T_{30,15} + T_{30,13} - 4T_{30,14} = 0 \quad (28)$$



Gambar 7: Contoh Nodes pada Sisi Boundary

Persamaan liniernya menjadi:

$$155 + T_{29,14} + T_{30,15} + T_{30,13} - 4T_{30,14} = 0 \quad (29)$$

$$T_{29,14} + T_{30,15} + T_{30,13} - 4T_{30,14} = -155 \quad (30)$$

Sedangkan persamaan untuk mencari  $T_{30,14}$  sebagai berikut:

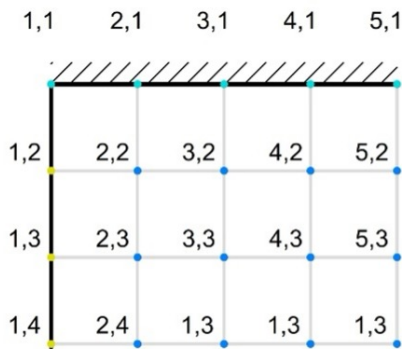
$$T_{30,14} = \frac{T_{31,14} + T_{29,14} + T_{30,15} + T_{30,13} + 155}{4} \quad (31)$$

### B. Node Insulasi

Nilai temperatur yang terletak di daerah *insulated* menggunakan persamaan (3-12) adalah sebagai berikut :

$$T_{i+1,1} + T_{i-1,1} + 2T_{i,2} - 4T_{i,1} = 0 \quad (32)$$

Persamaan diatas diterapkan untuk semua nodes di daerah insulated. Gambar 8 merupakan contoh nodes di daerah insulated ( $T_{1,1}$ ,  $T_{2,1}$ ,  $T_{3,1}$ ,  $T_{4,1}$ ,  $T_{5,1}$ )



Gambar 8: Contoh Nodes Daerah Insulation

Berikut ini merupakan persamaan node insulation pada titik  $T_{3,1}$  dimana  $i = 3$ ,  $j = 1$ :

$$T_{4,1} + T_{2,1} + 2T_{3,2} - 4T_{3,1} = 0 \quad (33)$$

$$T_{3,1} = \frac{T_{4,1} + T_{2,1} + 2T_{3,2}}{4} \quad (34)$$

### C. Node Irregular Boundary

Persamaan pada node irregular boundary (4,30) seperti yang ditunjukkan Gambar 9 ditentukan dengan formulasi sebagai berikut:

$$\Delta x = \Delta y = 10$$

$$\alpha_1 = 0.732, \quad \alpha_2 = 1$$

$$\beta_1 = 0.732, \quad \beta_2 = 1$$

$$i = 4, \quad j = 30$$

Nilai-nilai tersebut disubstitusikan pada persamaan 21 sehingga persamaannya menjadi:

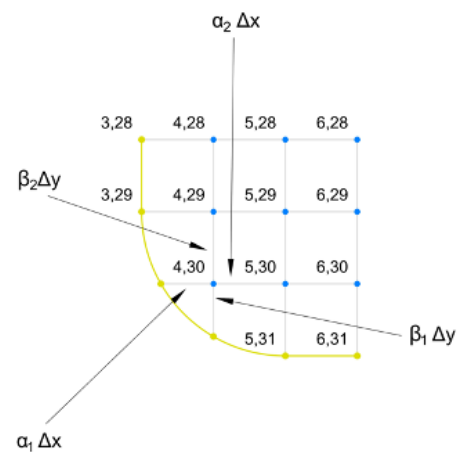
$$\begin{aligned} & \frac{2}{10^2} \left[ \frac{T_{3,30} - T_{4,30}}{0.732(0.732 + 1)} + \frac{T_{5,30} - T_{4,30}}{0.732(0.732 + 1)} \right] \\ & + \frac{2}{10^2} \left[ \frac{T_{4,29} - T_{4,30}}{0.732(0.732 + 1)} + \frac{T_{4,31} - T_{4,30}}{0.732(0.732 + 1)} \right] = 0 \\ & \frac{2}{10^2} \left[ \frac{105 - T_{4,30}}{0.732(0.732 + 1)} + \frac{T_{5,30} - T_{4,30}}{0.732(0.732 + 1)} \right] \\ & + \frac{2}{10^2} \left[ \frac{T_{4,29} - T_{4,30}}{0.732(0.732 + 1)} + \frac{105 - T_{4,30}}{0.732(0.732 + 1)} \right] = 0 \\ & \frac{2}{10^2} \left[ \frac{105 - T_{4,30} + T_{5,30} - T_{4,30}}{0.732(0.732 + 1)} \right. \\ & \left. + \frac{T_{4,29} - T_{4,30} + 105 - T_{4,30}}{0.732(0.732 + 1)} \right] = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

$$420 - 8T_{4,30} + 2T_{5,30} + 2T_{4,29} = 0 \quad (36)$$

$$8T_{4,30} - 2T_{5,30} - 2T_{4,29} = -420 \quad (37)$$

Persamaan untuk mencari  $T_{4,30}$  sebagai berikut:

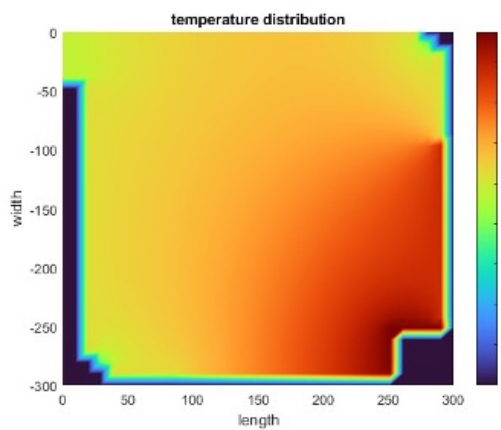
$$T_{4,30} = \frac{2T_{5,30} + 2T_{4,29} + 420}{8} \quad (38)$$



Gambar 9: Node 4,30

Dari persamaan-persamaan tersebut kemudian dilakukan iterasi. Nilai temperatur ditentukan dengan metode iterasi berdasarkan persamaan aljabar linier yang

telah diketahui. Iterasi akan terus dilakukan sampai *error approximation* yang dihasilkan dibawah error toleransi yang ditentukan. Iterasi dilakukan menggunakan perangkat lunak Matlab dengan dua jenis *step size* berbeda yaitu 10 mm dan 5 mm. Pada *step size* 10mm terdapat total 1952 kali iterasi dan *step size* 5 mm iterasi sebanyak 9571 kali. Pada gambar 10 menunjukkan hasil



Gambar 10: Simulasi Distribusi Temperatur

distribusi temperatur pelat menggunakan dengan step size 10 mm dan boundary condition sesuai Gambar 5. Temperatur berwarna merah adalah 155°C, temperatur berwarna hijau muda sebesar 95°C , temperatur berwarna kuning 105°C, dan temperatur berwarna merah kecoke-latan menunjukkan temperatur sebesar 175°C. Sedangkan temperatur yang berwarna ungu tua menunjukan jika daerah tersebut adalah daerah bebas dengan temperatur 0°C.

Pada gambar 12 menunjukkan hasil matlab distribusi temperatur dengan memperkecil step size menjadi 5 mm. Dapat kita lihat bahwa distribusi temperatur pada gam-bar 12 lebih teratur jika dibandingkan dengan gambar 11. Semakin bertambahnya step size, maka node interior yang terbentuk juga semakin banyak sehingga distribusi temperatur terlihat lebih detail pada setiap node interior yang terbentuk.

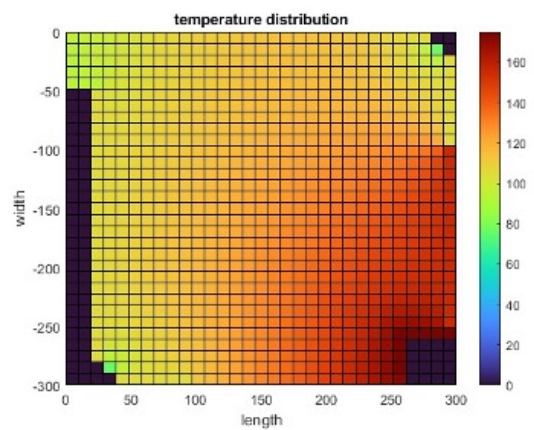
Perbandingan nodes antara step size 10 mm dan 5 mm dapat dilihat pada gambar 11 dan 12. Dengan mengu-rangi step size menjadi 5mm, nilai temperatur lebih detail karena adanya penambahan nodes. Pada nodes irregular terlihat lebih detail distribusi temperaturnya. Disisi lain, akibat dari bertambahnya nodes adalah akan dibutuhkan proses yang lebih lama untuk menyelesaikan persamaan-persamaan tersebut.

Tabel I menunjukan bahwa pada step size 10 mm memiliki jumlah nodes yaitu 887. Jumlah iterasi sebanyak iterasi 1952. Sedangkan step size 5 mm menghasilkan total nodes 3433 dengan total iterasi 9571. Semakin banyak nodes atau titik-titik, maka persamaan yang perlu di-selesaikan menjadi lebih banyak sehingga proses iterasi meningkat.

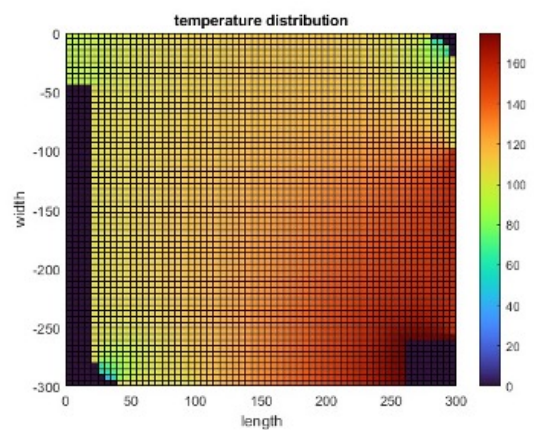
Tabel II menunjukkan perbandingan nilai temperatur pada titik tertentu dengan kondisi step size 10 mm dan 5

Tabel I: Hasil Step Size 10 mm

| Deskripsi       | Step Size = 10mm | Step Size = 5mm |
|-----------------|------------------|-----------------|
| Interior Nodes  | 773              | 3207            |
| Boundary Nodes  | 70               | 140             |
| Insulated Nodes | 44               | 86              |
| Total Nodes     | 887              | 3433            |
| Total Iterasi   | 1952             | 9571            |



Gambar 11: Hasil Distribusi Temperatur Step Size 10 mm



Gambar 12: Hasil Distribusi Temperatur Step Size 5 mm

Tabel II: Perbandingan Nilai Temperatur

| Step size 10 mm |                       | Step size 5 mm |                  |
|-----------------|-----------------------|----------------|------------------|
| Titik           | Nilai Temperatur (°C) | Titik          | Nilai Temperatur |
| Titik (16,2)    | 113.2529              | Titik (31,3)   | 112.2365         |
| Titik (26,27)   | 166.8029              | Titik (51,53)  | 166.1851         |

mm. Perbandingan nilai temperatur pada titik tertentu dengan jarak yang sama pada masing-masing step size menunjukkan bahwa semakin kecil nilai step size yang digunakan, semakin rapat pembagian domain analisis, sehingga solusi yang diperoleh akan lebih detail.

Hasil tersebut serupa dengan penelitian yang telah di-lakukan oleh Ho dkk. [11]. Ukuran grid atau jarak da-pat meningkatkan jumlah iterasi. Selain itu ukuran grid mengakibatkan hasil yang lebih detail dan akurat, tetapi

setelah satu titik tertentu tidak memberikan perubahan signifikan terhadap distribusi temperatur yang diperoleh [11]. Sedangkan penelitian lainnya mengenai konduksi panas eksplisit juga menunjukkan bahwa step size secara langsung memengaruhi jumlah titik diskrit dan komputasi keseluruhan. Step size yang lebih kecil cenderung membutuhkan lebih banyak operasi komputasi secara keseluruhan [12].

## V. KESIMPULAN

Penelitian ini membahas distribusi temperatur pada pelat tipis dua dimensi dalam kondisi *steady state* menggunakan pendekatan numerik berbasis metode beda hingga. Permasalahan diselesaikan melalui formulasi persamaan Laplace sebagai bentuk dari persamaan *diferensial parsial* (PDE) eliptik, yang didiskritisasi dengan skema *central difference* orde dua. Hasil simulasi menunjukkan bahwa pemilihan step size memengaruhi tingkat ketelitian dan visualisasi pola distribusi temperatur. Semakin kecil step size yang digunakan, semakin halus pula kontur distribusi temperatur yang dihasilkan, namun dengan konsekuensi meningkatnya jumlah perhitungan. Pendekatan ini membuktikan bahwa metode numerik dapat dimanfaatkan secara efektif untuk menyimulasikan fenomena konduksi panas dua dimensi, terutama dalam konteks studi berbasis pemodelan sederhana.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] V. Gonçalves de Brito dos Santos and P. T. Gomes dos Anjos, "Finite Difference Method Applied in Two-Dimensional Heat Conduction Problem in the Permanent Regime in Rectangular Coordinates," *Advances in Pure Mathematics*, vol. 12, no. 09, pp. 505–518, 2022.
- [2] R. Karwa, *Heat and Mass Transfer*, Springer Singapore, 2017.
- [3] Y. Chintya, Yundari, and M. Pasaribu, "PEMODELAN PERPINDAHAN PANAS PADA PELAT BAJA MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA DENGAN DISKRITISASI SEGITIGA," *Buletin Ilmiah Math. Stat dan Terapannya (Bimaster)*, vol. 12, no. 5, pp. 467–476, 2023.
- [4] V. Rachmawati and Kamiran, "Simulasi Perpindahan Panas pada Lapisan Tengah Pelat Menggunakan Metode Elemen Hingga," *Jurnal Sains dan Seni ITS*, vol. 4, no. 2, 2015.
- [5] S. Sailah, "Menentukan Distribusi Temperatur dengan Menggunakan Metode Crank Nicholson," *Jurnal Penelitian Sains*, vol. 13, no. 2, p. 13204, 2010.
- [6] A. E. Jeffers, "Heat transfer element for modeling the thermal response of non-uniformly heated plates," *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 63, pp. 62–68, 2013.
- [7] M. R. Khatun and A. Shajib, "Stability analysis of finite difference schemes for heat equation with various thermal conductivity," *International Journal of Scientific & Engineering Research*, vol. 11, no. 2, 2020.
- [8] J. Martín-Vaquero and S. Sajavičius, "The two-level finite difference schemes for the heat equation with nonlocal initial condition," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 342, pp. 166–177, 2019.
- [9] E. Kreyszig, *Advanced Engineering Mathematics*, 9th ed., John Wiley & Sons, 2007.
- [10] S. C. Chapra and R. P. Canale, *Numerical Methods for Engineers*, McGraw-Hill, 2011.
- [11] S. H. Ho, Y. Y. Koh, C. L. Lim, and L. K. Moey, "Modelling 2-D Heat Transfer Problem for Different Material Combination," *Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences*, vol. 111, no. 1, pp. 135–155, 2023.
- [12] O. A. Joseph, "Effect of Grid Step Sizes on Computational Time Using Finite-Difference Method for Seismic Wave Modeling," *Applied and Computational Mathematics*, vol. 5, no. 2, p. 56, 2016.

## BIOGRAFI PENULIS

**Ridhani Anita Fajardini** merupakan Dosen Program Studi D4 Teknik Desain dan Manufaktur di Politeknik Perkapalan Negeri Surabaya. Penulis menyelesaikan pendidikan magister di Teknik Mesin, Institut Teknologi Sepuluh Nopember dengan fokus pada bidang rekayasa manufaktur. Penulis aktif melakukan penelitian dan pengabdian kepada masyarakat khususnya dalam bidang perancangan, proses manufaktur, optimasi, dan analisa data.

**Amanda Rosalina** merupakan Dosen Program Studi D4 Teknik Desain dan Manufaktur di Politeknik Perkapalan Negeri Surabaya. Penulis menyelesaikan pendidikan sarjana hingga magister di Departemen Teknik Mesin, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya. Bidang minat dan keahlian penulis meliputi material science and engineering, metallurgy manufacture dan failure analysis.

**Adristi Nisazarifa** merupakan Dosen Program Studi D4 Teknik Pengelasan di Politeknik Perkapalan Negeri Surabaya. Penulis menyelesaikan pendidikan sarjana hingga magister di Institut Teknologi Bandung. Bidang minat dan keahlian penulis meliputi ilmu dan teknik material.

**Desrilia Nursyifaulkhair** merupakan Dosen Program Studi D3 Teknik Bangunan Kapal di Politeknik Perkapalan Negeri Surabaya. Penulis menyelesaikan pendidikan Master di Yeungnam University, Korea Selatan. Bidang minat dan keahlian penulis meliputi materials characterization.